සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි]
முழுப் பதிப்புரிமையுடையது]
All Rights Reserved]

013146

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව / இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம் / Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2000 අගෝස්තු
கல்விப் பொதுத் தராதரப்பத்திர(உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2000 ஓகஸ்ற்
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 2000

සංයුක්ත ගණිතය I
இணைந்த கணிதம் I
Combined Mathematics I

10 | S | I

පැය තුනයි / மூன்று மணித்தியாலம் / Three hours

ප්‍රශ්න හයකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

---

1. (අ) α හා β යනු $x^2 - px + q = 0$ සමීකරණයේ මූල වේ. $\alpha(\alpha+\beta)$ හා $\beta(\alpha+\beta)$ මූල වන සමීකරණය සොයන්න.

(ආ) $f(x, y) = 2x^2 + \lambda xy + 3y^2 - 5y - 2$ ප්‍රකාශනය රේඛීය සාධක දෙකක ගුණිතයක් ලෙස ලිවිය හැකි වීම සඳහා λ හි අගයයන් සොයන්න.

(ඇ) $\dfrac{2x^3 - x + 3}{x(x-1)^2}$ භින්න භාග ඇසුරෙන් ප්‍රකාශ කරන්න.

2. (අ) n ඕනෑම ධන නිඛිලයක් සඳහා

$u_n = 1.n + 2.(n-1) + \ldots + (n-1).2 + n.1$ යයි ගනිමු.

ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මය මගින් $u_n = \dfrac{1}{6} n(n+1)(n+2)$ බව සාධනය කරන්න.

n ඕනෑම ධන නිඛිලයක් සඳහා $\dfrac{1}{u_n} = v_n - v_{n+1}$ වන අයුරින් v_n සොයන්න.

ඒ නයින් හෝ අන් අයුරකින් හෝ

$$\sum_{r=1}^{n} \frac{1}{u_r} = \frac{3}{2} - \frac{3}{(n+1)(n+2)}$$ බව පෙන්වන්න.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{u_n}$$ හි අගය අපෝහනය කරන්න.

(ආ) $(1+kx)^{10} = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \ldots + a_{10} x^{10}$, $x \in \mathbb{R}$, යයි ගනිමු ; මෙහි $a_2 = \dfrac{20}{9}$ හා k යනු ධන නියතයකි.

k හි අගය සොයන්න.

$a_1 + a_3 + a_5 + a_7 + a_9 = \dfrac{11^{10} - 7^{10}}{2.9^{10}}$ බව පෙන්වන්න.

$a_0 + a_2 + a_4 + a_6 + a_8 + a_{10}$ හි අගය අපෝහනය කරන්න.

Visit EDUHUB < www.sinhalaelibrary.com > Source :- www.pastpaperlk.com

[අනෙක් පිට බලන්න.

3. (අ) $\dfrac{(-1+i)^3}{(1+i)^4}$ සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවේ මාපාංකය සහ විස්තාරය විජීය ලෙස සොයන්න.

(ආ) P_1 හා P_2 ලක්ෂ්‍යයන් ආගන්ඩ් සටහනේ පිළිවෙළින් z_1 හා z_2 සංකීර්ණ සංඛ්‍යා නිරූපණය කරයි. ආගන්ඩ් සටහනේ $z_1 + z_2$ සංකීර්ණ සංඛ්‍යාව නිරූපණය කරන ලක්ෂ්‍යයේ පිහිටීම ලබා ගැනීමට ජ්‍යාමිතික නිර්මාණයක් සපයන්න.

$z_1 = \dfrac{1+i}{1-i}$ හා $z_2 = \dfrac{\sqrt{2}}{1-i}$ සංකීර්ණ සංඛ්‍යා ආගන්ඩ් සටහනේ ලකුණු කරන්න. ඉහත ප්‍රතිඵලය භාවිතයෙන් $z_1 + z_2$ හි පිහිටීම සොයන්න.

$\tan\dfrac{\pi}{8} = \sqrt{2} - 1$ බව අපෝහනය කරන්න.

4. (අ) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{1 - \cos^2(2\sin x)}{1 - \cos 2x}$ අගයන්න.

(ආ) $y = e^{k\sin^{-1}x}$ නම් $\dfrac{dy}{dx}\sqrt{1-x^2} = ky$ බව පෙන්වන්න ; මෙහි k යනු නියතයකි.

$x = \dfrac{1}{2}$ විට $\dfrac{dy}{dx}$ සොයන්න.

(ඇ) A, B හා C නගර තුනක්, $A\hat{B}C = \dfrac{\pi}{2}$, $AB = 15$ km හා $BC = 50$ km වන අයුරින්, AB හා BC ඍජු මාර්ග දෙකකින් සම්බන්ධ කර ඇත. A නගරය, BC මාර්ගයේ D නම් ස්ථානයකට සම්බන්ධ කරමින්, තවත් ඍජු මාර්ගයක් තැනීමට යෝජිත ව්‍යාපෘතියක් ඇත. මෝටර් රථයක් සඳහා DC කොටස මත 50 km h^{-1} ක හා AD යෝජිත මාර්ගය මත 40 km h^{-1} ක උපරිම වේගයන්ට අවසර ඇත.

A නගරයේ සිට x km දුරින් D පිහිටා ඇත්නම්, අවසර ඇති උපරිම වේගයන්ගෙන් මෝටර් රථය ගමන් කරන ලබන්නේ යයි උපකල්පනය කරමින්, D හරහා A සිට C තෙක් මෝටර් රථයක් ගමන් කිරීමට ගන්නා සම්පූර්ණ කාලය $T(x)$, පැය වලින් සොයන්න.

0 සිට 50 km තෙක් x වැඩිවන විට $\dfrac{dT}{dx}$ හි ලකුණ පරීක්ෂා කරන්න.

A සිට C තෙක් කෙටිම කාලයකින් ගමන සම්පූර්ණ කිරීමට මෝටර් රථයකට හැකිවන අයුරින් D සඳහා වඩා සුදුසු ම ස්ථානය සොයන්න.

5. (අ) සුදුසු ආදේශයක් උපයෝගි කර ගනිමින්

$$\int_1^8 \frac{1}{\left(x^{\frac{4}{3}} + x^{\frac{2}{3}}\right)}\,dx$$ අගයන්න.

(ආ) $I = \displaystyle\int_0^{\pi} e^{-2x}\cos x\,dx$ හා $J = \displaystyle\int_0^{\pi} e^{-2x}\sin x\,dx$ යයි ගනිමු.

කොටස් වශයෙන් අනුකලන ක්‍රමය උපයෝගී කර ගනිමින් $I = 2J$ හා $J = 1 + e^{-2\pi} - 2I$ බව පෙන්වන්න.

ඒ නයින් I හා J හි අගයයන් ලබාගන්න.

(ඇ) $\displaystyle\int \frac{x^2 - 5x}{(x-1)(x+1)^2}\,dx$ සොයන්න.

Visit EDUHUB < www.sinhalaelibrary.com > Source :- www.pastpaperlk.com 2

6. x හා y අක්ෂ මත පිළිවෙළින් a හා b අන්තඃඛණ්ඩ සාදනු ලබන සරල රේඛාවේ සමීකරණය ලබා ගන්න.

$\dfrac{x}{h}+\dfrac{y}{k}=1$ මගින් දෙනු ලබන l, අචල සරල රේඛාවක් x හා y අක්ෂ පිළිවෙළින් A හා B ලක්ෂ්‍යවල දී හමු වේ. l රේඛාවට ලම්බ l' නම් සරල රේඛාවක් x හා y අක්ෂ පිළිවෙළින් P හා Q ලක්ෂ්‍යවල දී හමු වේ. AQ හා BP සරල රේඛාවල ඡේදන ලක්ෂ්‍යය, (h, k) ලක්ෂ්‍යය රහිත $x^2+y^2-hx-ky=0$ වෘත්තය මත පිහිටන බව පෙන්වන්න.

7. $x^2+y^2+2g_1x+2f_1y+c_1=0$ හා $x^2+y^2+2g_2x+2f_2y+c_2=0$ මගින් දෙනු ලබන වෘත්ත දෙක ප්‍රලම්බව ඡේදනය වේ නම් එවිට $2g_1g_2+2f_1f_2=c_1+c_2$ බව පෙන්වන්න.

x-අක්ෂය මත කේන්ද්‍රය පිහිටි S වෘත්තයක් $x^2+y^2-8x-6y+21=0$ මගින් දෙනු ලබන S' වෘත්තය ප්‍රලම්බ ව ඡේදනය කරනු ලබන අතර $x^2+y^2+4x+6y+9=0$ මගින් දෙනු ලබන S'' වෘත්තය ස්පර්ශ කරනු ලැබේ.

එකක් S'' වෘත්තය බාහිර ව ස්පර්ශ කරන ලෙස ද අනෙක S'' වෘත්තය අභ්‍යන්තර ව ස්පර්ශ කරන ලෙස ද වූ එවැනි වෘත්ත දෙකක් S ට ඇති බව පෙන්වන්න.

මෙම වෘත්ත දෙකෙහි සමීකරණ සොයන්න.

8. (අ) $n\in\mathbb{Z}$, $\theta\neq n\pi$ හෝ $2n\pi-\dfrac{\pi}{2}$ සඳහා $\dfrac{1+\cos\theta+\sin\theta}{1-\cos\theta+\sin\theta}=\dfrac{1+\cos\theta}{\sin\theta}$ බව පෙන්වන්න.

(ආ) සියලු තාත්ත්වික x සඳහා

$8(\cos^6 x+\sin^6 x)=5+3\cos 4x$ බව පෙන්වන්න.

ඒ නයින් හෝ අන් ක්‍රමයකින් හෝ $-\dfrac{\pi}{2}\leq x\leq\dfrac{\pi}{2}$ සඳහා $y=\cos^6 x+\sin^6 x$ හි ප්‍රස්තාරය දළ සටහන් කරන්න.

$-\dfrac{\pi}{2}\leq x\leq\dfrac{\pi}{2}$ තුළ $\cos^6 x+\sin^6 x=k$ සමීකරණයට

(i) විසඳුම් නොමැති වීම

(ii) විසඳුම් දෙකක් පමණක් තිබීම

(iii) විසඳුම් තුනක් පමණක් තිබීම

(iv) විසඳුම් හතරක් පමණක් තිබීම

සඳහා k හි අගය හෝ අගය පරාසය අපෝහනය කරන්න.

9. (අ) $0\leq x\leq 2\pi$ සඳහා $4\sin^2 x+12\sin x\cos x-\cos^2 x+5=0$ සමීකරණය විසඳන්න.

(ආ) ත්‍රිකෝණයක් සඳහා **සයින් නියමය** හා **කෝසයින් නියමය** ප්‍රකාශ කරන්න.

$\dfrac{b+c}{2k-1}=\dfrac{c+a}{2k}=\dfrac{a+b}{2k+1}$ බව දී ඇත; මෙහි k යනු 2 ට වඩා වැඩි එහෙත් 4 ට සමාන නොවන දෙන ලද නියතයක් ද, a, b, c යනු ABC ත්‍රිකෝණයක, පුපුරුදු අංකනයෙන්, පාද ද, වේ.

$\dfrac{\sin A}{k+1}=\dfrac{\sin B}{k}=\dfrac{\sin C}{k-1}$ බව පෙන්වන්න.

k ඇසුරෙන් $\cos A$ ද ලබාගෙන $\dfrac{\cos A}{(k-4)(k+1)}=\dfrac{\cos B}{k^2+2}=\dfrac{\cos C}{(k+4)(k-1)}$ බව පෙන්වන්න ; මෙහි A, B, C ට පුපුරුදු තේරුම් ඇත.

www.pastpaperlk.com

3. කේන්ද්‍රය O සහ අභ්‍යන්තර අරය a වූ අචල කුහර ගෝලයක සුමට අන්තඃ පෘෂ්ඨය මත චලනය වීමට නිදහස P අංශුවක්, එම පෘෂ්ඨයේ පහත් ම A ලක්ෂ්‍යයේ තබා ඇත. ඊළඟට අංශුව ආරම්භක $\sqrt{nga}$ වේගයෙන් තිරස් ව ප්‍රක් කරනු ලැබේ. මෙහි $n > 0$ වේ. අංශුව පෘෂ්ඨය සමග ස්පර්ශ ව තිබෙන අතරතුරේ දී, OP හැරෙන කෝණය θ වන පෘෂ්ඨයෙන් අංශුව මත ප්‍රතික්‍රියාව සොයන්න.

$2 < n < 5$ වෙයි නම් $\sqrt{\frac{(n-2)ga}{3}}$ වේගයක් සහිත ව P අංශුව පෘෂ්ඨයෙන් ඉවත්වන බව පෙන්වන්න.

පෘෂ්ඨයෙන් P ඉවත්වන්නේ O හි මට්ටමෙන් $\frac{a}{2}$ උසක තිබිය දී නම්,

(i) $n = \frac{7}{2}$ බවත්,

(ii) ගුරුත්වය යටතේ පසුව සිදුවන නිදහස් චලිතයේ දී P හි පෙත A හරහා යන බවත්

පෙන්වන්න.

4. (අ) ස්කන්ධය m වූ කුඩා සුමට A ගෝලයක්, සුමට තිරස් මේසයක් මත u ප්‍රවේගයෙන් චලනය වෙමින්, මේසය ම නිශ්චලව ඇති සමාන තරමේ, ස්කන්ධය $2m$ වූ තවත් කුඩා සුමට B ගෝලයක් සමග සරල ලෙස ඝට්ටනය වේ ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය e ය.

(i) B ගෝලය ලබාගන්නා ප්‍රවේගය $(1+e)\frac{u}{3}$ බව පෙන්වා, ගෝල අතර ආවේගය, J, සොයන්න.

(ii) ගැටුම නිසා සිදුවන චාලක ශක්ති හානිය $E = \frac{J}{2}(1-e)u$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කරන්න.

(iii) ගැටුම නිසා A හි චලිත දිශාව ප්‍රතිවර්ත වූයේ නම් $e > \frac{1}{2}$ බව සහ $E < \frac{1}{4}mu^2$ බව පෙන්වන්න.

(ආ) ස්කන්ධය m වූ කොටයක් තිරස් වේදිකාවක් මත සාපේක්ෂ නිශ්චලතාවයේ තිබෙන අතර, වේදිකා විස්තාරය a සහ කාලාවර්තය T වන සිරස් සරල අනුවර්තී දෝලන සිදුකරයි. වේදිකාවේ, මධ්‍යන්‍ය පිහිටීමේ සිට සිරස් ව ඉහළට මැන්න විස්ථාපනය x වන විට, වේදිකාවෙන් කොටය කෙරෙහි ප්‍රතික්‍රියාව $m\left(g - \frac{4\pi^2 x}{T^2}\right)$ බ පෙන්වන්න.

$T = 1$ s නම්, කොටය වේදිකාවෙන් ඉවත් නොවන පරිදි තිබිය හැකි විශාලතම විස්තාරය, මීටර වලින් අපෝහන කරන්න.

[$\pi^2 \simeq 9{\cdot}8$ බව ද, ගුරුත්වජ ත්වරණය, m s^{-2} වලින් එම අගයම ගන්නා බව ද උපකල්පනය කරන්න.]

Visit EDUHUB < www.sinhalaelibrary.com > Source :- www.pastpaperlk.com 4

5. ඒකතල බල පද්ධතියක්, (නිව්ටන් වලින් මනින ලද) බල තුනකින් සමන්විත වන අතර, ඒවා ක්‍රියා කරනුයේ පහත දක්වෙන ලෙස නියමිත ලක්ෂ්‍යවල දී ය.

ලක්ෂ්‍යය	පිහිටුම් දෛශිකය	බලය
A	$2\mathbf{i} + 5\mathbf{j}$	$P(\mathbf{i} + 3\mathbf{j})$
B	$4\mathbf{j}$	$-P(2\mathbf{i} + \mathbf{j})$
C	$-\mathbf{i} + \mathbf{j}$	$P(\mathbf{i} - 2\mathbf{j})$

මෙහි $\mathbf{i}, \mathbf{j}$ මගින් පිළිවෙළින් Ox, Oy සෘජුකෝණාස්‍ර කාටීසිය අක්ෂ දිගේ ඒකක දෛශික දක්වන අතර, දිග මනින ඒකකය මීටරය වේ.

අදාල යෙදුම් ලක්ෂ්‍යවල ඛණ්ඩාංක දක්වමින්, මෙම බල, සංරචක ආකාරයෙන් නිරූපන සටහනක සලකුණු කරන්න.

ඒ නයින්, හෝ අන්ක්‍රමයකින් පද්ධතිය $10P$ N m ඝූර්ණය සහිත යුග්මයකට තුල්‍ය බව පෙන්වා, මෙම යුග්මයේ අභිදිශාව දක්වන්න.

D යනු $2\mathbf{i}$ පිහිටුම් දෛශිකය සහිත ලක්ෂ්‍යය වෙයි. OAD ත්‍රිකෝණයේ පාද දිගේ පිළිවෙළින් යෙදූ, ඒවායේ දිගට සමානුපාතික අතිරේක බල තුනකින්, දෙන ලද පද්ධතිය සමතුලිතතාවයට ගෙන ආ හැකි ය. මෙම බල දෛශික ආකාරයෙන් සොයන්න.

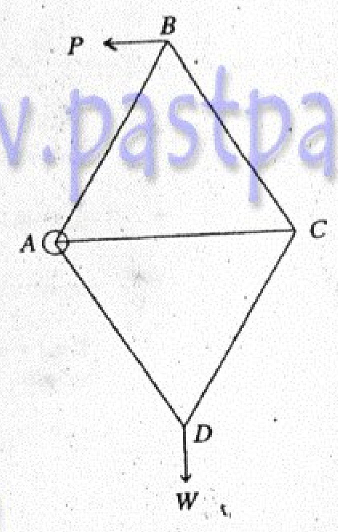
6. (අ) බර W සහ දිග $2a$ වූ ඒකාකාර AB දණ්ඩක්, A කෙළවර රළු සිරස් බිත්තියකට ස්පර්ශ ව සමතුලිතතාවේ තබා ඇත; එය ආධාර කරනු ලැබ ඇත්තේ B අනික් කෙළවර, A ට සිරස් ව ඉහළින් බිත්තියේ පිහිටි C ලක්ෂ්‍යයකට සම්බන්ධ කෙරෙන, සමාන $2a$ දිගින් යුත් සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක් මගිනි. දණ්ඩ, උඩු සිරසට θ කෝණයකින් ආනත වන අතර, එය බිත්තියට ලම්බ සිරස් තලයක පිහිටයි.

තන්තුවේ ආතතිය සොයා $\theta \geq \cot^{-1}\left(\frac{\mu}{3}\right)$ බව පෙන්වන්න; මෙහි μ යනු ඝර්ෂණ සංගුණකය යි.

(ආ) තල ආධාරකයේ අරය a වූ, ඒකාකාර ඝන අර්ධ ගෝලයක ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය, එම ආධාරකයේ සිට $\frac{3a}{8}$ දුරින් පිහිටන බව; අනුකලනය මගින්, පෙන්වන්න.

ඒකාකාර ඝන වස්තුවක් සාද ඇත්තේ, අරයන් a වූ සම්පාත තල ආධාරක එකට පෑස්සූ ඝන අර්ධ-ගෝලයකින් සහ අඩ-සිරස් කෝණය α වූ සෘජු වෘත්ත කේතුවකිනි. මෙම වස්තුව අර්ධ ගෝලීය පෘෂ්ඨයෙහි ඕනෑ ම ලක්ෂ්‍යයක් තිරස් මේසයක් මත ස්පර්ශ කරමින් සමතුලිතතාවේ තිබිය හැකි නම් α හි අගය සොයන්න.

7. පසෙකින් දක්වෙන රූප සටහනින් නිරූපණය වන්නේ සුමට ලෙස සන්ධි කරන ලද සමාන දිගින් යුතු සැහැල්ලු දඬු පහකින් සමන්විත රාමු සැකිල්ලකි. රාමු සැකිල්ල, අචල A ලක්ෂ්‍යයෙහි දී සුමට ලෙස අසවු කර ඇති අතර, D හි දී W භාරයක් දරයි; එය, AC තිරස් වන පරිදි සිරස් තලයක සමතුලිතතාවේ තබා ඇත්තේ, B හි දී යොදන ලද CA දිශාවට සමාන්තර P බලයකිනි.



P හි විශාලත්වයත්, A අසව්වේ ප්‍රතික්‍රියාවෙහි තිරස් සහ සිරස් සංරචකත් සොයන්න. මෙම ප්‍රතික්‍රියාවේ දිශාව අපෝහනය කරන්න.

බෝ අංකනය භාවිතයෙන්, රාමු සැකිල්ල සඳහා ප්‍රත්‍යා බල රූප සටහනක් අඳින්න. ඒ නයින්, ආතති සහ තෙරපුම් වෙන්කර දක්වමින්, දඬු පහේ ප්‍රත්‍යාබල W ඇසුරෙන් නිර්ණය කරන්න.

[අනෙක් පිට බලන්න.

Visit EDUHUB < www.sinhalaelibrary.com > Source :- www.pastpaperlk.com 5

8. (අ) A සහ B යනු $P(A \cap B) = \frac{1}{4}$ සහ $P(A) = (A|B') = \frac{5}{12}$ වන පරිදි වූ සසම්භාවී සිද්ධි දෙකකි ; මෙහි B' යනු B හි අනුපූරක සිද්ධියයි.

(i) $P(B|A)$,

(ii) $P(B)$,

(iii) $P(A|B)$ සහ

(iv) $P(A \cup B)$ යන මේවා

සොයන්න.

A සහ B සිද්ධි අන්‍යොන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර වේ ද? ඒවා ස්වායත්ත වේ ද? එක් එක් අවස්ථාවේ දී ඔබේ පිළිතුර සනාථ කරන්න.

(ආ) "පිරිමි ළමයකුගේ ඉපදීම" සහ "ගැහැනු ළමයකුගේ ඉපදීම" සමසේ විය හැකි සහ ස්වායත්ත සිද්ධි ලෙස උපකල්පනය කෙරේ. ළමයින් දෙදෙනෙකු සිටිනා පවුලකින් එක් ළමයෙක් පිරිමි බව දී ඇත.

අනික් ළමයා

(i) පිරිමි ළමයකු ම වීමේ,

(ii) ගැහැනු ළමයකු වීමේ

සම්භාවිතාව සොයන්න.

9. පහත දැක්වෙන වගුව, එක්තරා විදුලි බල්බ නිෂ්පාදනාගාරයක ප්‍රතිදාන අතුරෙන් සසම්භාවී ලෙස ගත් බල්බ 200 කින් සමන්විත නියැදියක ආයුකාලවල සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියකි :

ආයුකාලය (සති වලින්)	බල්බ ගණන
95 - 99	10
90 - 94	14
85 - 89	16
80 - 84	21
75 - 79	35
70 - 74	41
65 - 69	38
60 - 64	15
55 - 59	7
50 - 54	3

(අ) මෙමු ආයුකාලවල

(i) මධ්‍යස්ථය,

(ii) පහළ චතුර්ථකය (Q_1),

(iii) උඩත් චතුර්ථකය (Q_3),

යන මේවා එක් දශම ස්ථානයකට නිමානය කරන්න.

(ආ) මෙම ව්‍යාප්තියෙහි

(i) මධ්‍යන්‍යය,

(ii) සම්මත අපගමනය,

(iii) කුටිකතා සංගුණකය,

යන මේවා එක් දශම ස්ථානයකට අගයන්න.

මෙම ව්‍යාප්තියේ හැඩය කුමක් ද?

Visit EDUHUB < www.sinhalaelibrary.com > Source :- www.pastpaperlk.com 6